# ЦИКЛИЧЕСКИЙ ГРАФ ГАМИЛЬТОНОВА МАТРОИДА

**А.Н. Исаченко**[1], **Я.А. Исаченко**[2]

[1]Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,
Независимости 4, 220050, Минск, Беларусь isachen@bsu.by

[2]ООО "Аксенчер", Павелецкая пл., 2, 115054 Москва, Россия yarais@mail.ru

Теория матроидов тесно связана с теорией графов. Многие понятия теории матроидов появились как обобщения соответствующих графовых понятий и привели к возникновению отдельных направлений в исследовании матроидов. В свою очередь, характеризация матроидов зачастую даётся в терминах свойств графов. Приведенный ниже результат является примером такой характеризации.

Матроид [1,2] $M$ на конечном множестве $S$ можно определить как пару $(S, C)$, где $C$ семейство подмножеств из $2^S$, удовлетворяющее двум аксиомам:

C1) если $X \neq Y \in C$, то $X \not\subset Y$;

C2) если $C_1, C_2 \in C$ и $z \in C_1 \cap C_2$, то существует $C_3 \in C$, такое что $C_3 \subseteq (C_1 \cup C_2) \backslash z$.

Подмножества из $C$ называются циклами матроида. Цикл из одного элемента называют петлёй. Матроид называют связным, если для любых элементов множества $S$ существует содержащий их цикл. Ранг $\rho(X)$ множества $X \subseteq S$ это мощность максимального подмножества $X$ не содержащего цикла. Ранг матроида $M$ равен $\rho(S)$.

Двойственный к $M$ матроид $M^* = (S, C^*)$ определяется семейством $C^*$, состоящим из минимальных непустых подмножеств $X$ множества $S$ таких, что $|X \cap Y| \neq 1$ для каждого цикла $Y \in C$. Циклы двойственного матроида называются коциклами исходного матроида.

Для произвольного неориентированного графа $G = (V, E)$ пара $(E, C)$, где $C$ множество циклов графа образует матроид $M(G)$, который называют циклическим матроидом графа $G$. В свою очередь по циклам матроида можно определить так называемый циклический граф.

Пусть $M = (S, C)$ матроид на множестве $S$, определённый семейством циклов $C$. Циклический граф $G(M) = (V, E)$ матроида $M$ это граф с множеством вершин $V = C$ и множеством рёбер $E$, состоящим из пар $(C_1, C_2)$ таких, что:

1) $C_1 \cup C_2$ связное подмножество матроида $M$;

2) $\rho(C_1 \cup C_2) = |C_1 \cup C_2| - 2$.

В работе [3] было введено понятие гамильтонова матроида. Гамильтонов матроид – матроид, имеющий цикл с числом элементов на единицу большим ранга матроида.

Одно из свойств гамильтонова матроида дает следующее утверждение.

**Теорема**. *Циклический граф гамильтонова матроида является связным.*

Справедливость данного утверждения вытекает из двух фактов:

– матроид $M$ без копетли является связным тогда и только тогда, когда его циклический граф $G(M)$ связный;

– как показано в [4] гамильтонов матроид является связным.

## Литература

1. Welsh, D. J. A. *Matroid theory.* London: Acad. Press, 1976.

2. Айгнер М. *Комбинаторная теория* . М.: Мир, 1982.

3. Исаченко А. Н. *Периметр матроида и задача коммивояжера на матроиде* // XI Белорусская математическая конференция: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 5–10 ноября 2012 г. – Часть 4. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2012. – С. 87-88.

4. Исаченко А. Н., Исаченко Я. А. *Свойства гамильтоновых матроидов* // Международный конгресс по информатике: информационные системы и технологии. Материалы междунар. науч. конгресса, Республика Беларусь, Минск, 4–7 нояб. 2013 г. – Минск: БГУ. 2013. – С. 538–541.